Corrigé du Pb du partiel mars 2014 _ L2 P

B _ Problème : Etude du mouvement d'un disque

1) $\vec{\Omega}_{D/R_0} = \omega_D \vec{e}_{z_0}$ et $\omega_{C/R_0} = \omega_C \vec{e}_z$

2) $\times$ $\vec{V}_{(I_1 \in D/R_0)} = \vec{V}_{(O \in D/R_0)} + \vec{I_1O} \wedge \vec{\Omega}_{D/R_0}$

$$= \vec{0} - d\,\vec{e}_{y_0} \wedge \omega_D \vec{e}_{z_0}$$

$$\boxed{\vec{V}_{(I_1 \in D/R_0)} = -d\omega_D \vec{e}_{x_0}}$$

$\times$ $\vec{V}_{(I_2 \in C/R_0)} = \vec{V}_{(O \in C/R_0)} + \vec{I_2O} \wedge \vec{\Omega}_{C/R_0}$

$$= \vec{0} + (\vec{I_2C} + \vec{CO}) \wedge \omega_C \vec{e}_z$$

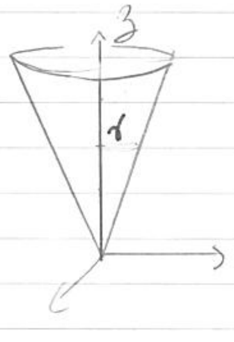
$\hookrightarrow$ $\underline{\vec{V}_{(I_2 \in C/R_0)}} = -d\sin\alpha\, \vec{e}_y \wedge \omega_C \vec{e}_z = \underline{-d\sin\alpha\, \omega_C \vec{e}_x}$

$\times$ $\vec{V}_{g\,D/C} = \vec{V}_{I_1/R_0} - \vec{V}_{I_2/R_0} = (-d\omega_D + d\sin\gamma\, \omega_C)\, \vec{e}_x$

<u>NB</u>: $\vec{e}_{x_0} = \vec{e}_x$

3) CRSG : $\vec{V}_g = \vec{0} \implies d\omega_D = d\sin\gamma\, \omega_C \to \boxed{\omega_D = \sin\gamma\, \omega_C}$

4) <u>Centre de masse G du cône creux :</u> | <u>Centre de masse du disque :</u> O = centre du disque



. (Oz) = axe de sym. de révolution

$\hookrightarrow$ G $\in$ à cet axe $\to$ $x_G = 0$, $y_G = 0$

$$M z_G = \int_{(C)} z \cdot dm \quad \text{avec } dm = \sigma r(z) . d\varphi . dz$$

avec $r(z) = z \tan\gamma$

et $M = \sigma . 2\pi \frac{h^2}{2} \tan\gamma = \sigma\pi h^2 \tan\gamma$

soit $M z_G = 2\pi\sigma \frac{h^3}{3} \Rightarrow \boxed{z_G = \frac{2}{3} h}$

5)

<u>. Quantité de mouvement du cône (C)</u> : $\vec{P}_{C/R_0} = M\vec{V}_{G/R_0}$

G étant situé sur l'axe (Oz) = axe fixe par rapport à R_0 $\to$ $\vec{P}_{C/R_0} = \vec{0}$

<u>. Quantité de mouvement de (C) + (D)</u> :

. G est le c.d. masse de $(\mathcal{C})$ $\rightarrow$ $\vec{V}_{G/R_0} = \vec{0}$
. O est le c.d. masse de (D) $\rightarrow$ $\vec{V}_{O/R_0} = \vec{0}$

$$\rightarrow \boxed{\vec{P}_{(\mathcal{C}+D)} = \vec{0}}$$

6) * $\vec{L}_O(D/R_0) = \left[I(D)\right]_O \cdot \vec{\Omega}_{D/R_0}$ - l'axe (Oz_0) est A.P.I car axe de sym. de révolution.

$$\rightarrow \vec{L}_O(D/R_0) = I_{Oz_0}(D)\, \omega_D\, \vec{e}_{z_0}$$

$$I_{Oz_0}(D) = \int_D (x^2+y^2).dm = \int \rho^2.dm = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{L}_O(D/R_0) = \frac{\pi R^2}{2}\omega_D\, \vec{e}_{z_0}}$$

* $\vec{L}_O(\mathcal{C}/R_0) = \left[I(\mathcal{C})\right]_O\, \vec{\Omega}_{\mathcal{C}/R_0}$; l'axe (Oz) est A.P.I car axe de sym. de révolution

$$\rightarrow \vec{L}_O(\mathcal{C}/R_0) = I_{Oz}(\mathcal{C})\, \omega_c\, \vec{e}_z = \boxed{\frac{\pi R^2}{2}\omega_c\, \vec{e}_z}$$